Teorema de Weierstrass

Si $f: A \to \mathbb{R}$ es una función continua y $K \subset A$ es un compacto $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \exists\ x_1, x_2 \in K \ / \begin{cases} f(x_1) = \max\{f(x)/x \in K\} \\ f(x_2) = \min\{f(x)/x \in K\} \end{cases}$$

Demostración:

K es un compacto $\Rightarrow f(K)$ es compacto $\Rightarrow f(K)$ es cerrado y acotado

$\exists \alpha = \text{Supr}\{f(x)/x \in K\} = \text{Supr}\ f(K)$

$\exists \beta = \text{Inf}\{f(x)/x \in K\} = \text{Inf}\ f(K)$

– Como es cerrado:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \in f(K) = f(K) \\ \beta \in f(K) = f(K) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha, \beta \in f(K)\ \exists x_1, x_2 \in K / \begin{cases} f(x_1) = \alpha \\ f(x_2) = \beta \end{cases}$$