

Teorema de Rolle

Sea $f:[a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) .
Si $f(a)=f(b) \Rightarrow \exists x_0 \in (a,b) / f'(x_0)=0$

Demostración:

Por el teorema de Weierstrass $f(x)$ alcanza su máximo y su mínimo absoluto en $[a,b]$.

O bien f alcanza su máximo y su mínimo en los puntos a y b . Para $f(a)=f(b) \Rightarrow f(x)=cte$.

O bien f alcanza un extremo relativo en $x_0 \in (a,b)$. Por el Teorema de Fermat $\Rightarrow f'(x_0)=0$

Teorema de Fermat

Sea $f:I \rightarrow \mathbb{R}$ y $x_0 \in \overset{\circ}{I}$

Si $f(x)$ tiene en x_0 un extremo relativo y $f(x)$ es derivable en $x_0 \Rightarrow f'(x_0)=0$

El recíproco es falso